

دفترچه شماره ۱



پیش آزمون

پایه

۶

۱۲



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

تاریخ پیش آزمون: آذرماه ۱۴۰۴

پیش آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

تعداد سؤال: ۴۰ مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۱۸	۱	۱۸	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۲	۱۹	۳۰	۲۱ دقیقه
۳	گسسته	۱۰	۳۱	۴۰	۱۹ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	—	فصل ۵ (تا ابتدای پیوستگی، تا صفحه ۱۴۶)	فصل ۳
هندسه	—	فصل ۱ (درس ۳)	فصل ۲ (درس‌های ۲ و ۳: دایره و بیضی) (صفحه ۴۰ تا ۵۰)
گسسته	فصل ۷ (درس‌های ۲ و ۳: آمار)	فصل ۳ (آمار توصیفی)	فصل ۲ (تا ابتدای احاطه‌گری تا صفحه ۴۳)

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.

سال تحصیلی ۱۴۰۵-۱۴۰۴



۱- حد چپ و راست تابع $f(x) = \frac{\cos^2 \frac{\pi[x]}{3}}{x - [2x]}$ در $x = 1$ چگونه است؟

- (۱) $-\infty$ و $-\frac{1}{4}$ (۲) $-\infty$ و $\frac{1}{4}$ (۳) $+\infty$ و $-\frac{1}{4}$ (۴) $+\infty$ و $\frac{1}{4}$

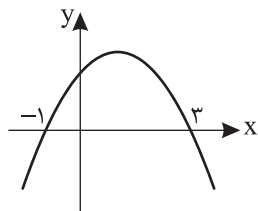
۲- با فرض آنکه $f(x) = 3x - a$ به طوری که $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f^{-1}(x)}{2x^2 - 3x - 2} = f(a)$ ، مقدار α چه عددی است؟

- (۱) $\frac{8}{15}$ (۲) $\frac{1}{45}$ (۳) $\frac{68}{15}$ (۴) $\frac{68}{45}$

۳- اگر حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{mx + 2 - \sqrt{4mx + 4}}{x^2}$ برابر ۴ باشد، مقدار مثبت m کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $4\sqrt{2}$

۴- نمودار سهمی $y = f(x)$ شکل زیر است. مقدار $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{f(1 - 2x)}$ چه عددی است؟

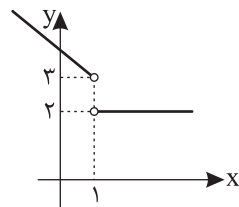


- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

۵- مقدار $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2 + 3x} + \frac{a}{x^2 - 6x} \right)$ در صورت وجود چه عددی است؟

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $-\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{12}$ (۴) $-\frac{1}{12}$

۶- نمودار f شکل زیر است. g کدام می‌تواند باشد تا تابع $y = (g - f^2)(x)$ در $x = 1$ دارای حد باشد؟



$$g(x) = \begin{cases} 4x + 1 & x < 1 \\ x - 1 & x > 1 \end{cases} \quad (1)$$

$$g(x) = \begin{cases} 3x + 2 & x < 1 \\ x & x > 1 \end{cases} \quad (2)$$

$$g(x) = \begin{cases} x + 1 & x > 1 \\ x & x < 1 \end{cases} \quad (3)$$

$$g(x) = \begin{cases} x & x > 1 \\ x + 1 & x < 1 \end{cases} \quad (4)$$

محل انجام محاسبات

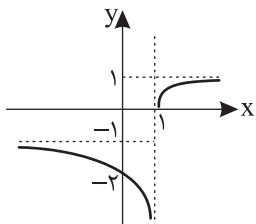
۷- مقدار $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \tan 2x \cdot \tan(x + \frac{3\pi}{4})$ چه عددی است؟

- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

۸- مقدار $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x} + \sqrt{x} - 2}{2x^2 - x - 1}$ کدام است؟

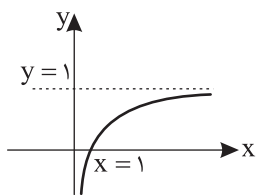
- (۱) $\frac{7}{12}$ (۲) $\frac{7}{24}$ (۳) $\frac{7}{4}$ (۴) $\frac{7}{3}$

۹- اگر نمودار f شکل زیر باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(\frac{1}{x})$ کدام است؟



- (۱) $+\infty$
(۲) $-\infty$
(۳) -2
(۴) 1

۱۰- نمودار f شکل زیر است. مقدار $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) - \sqrt{f(x)}}{f^3(x) - 1}$ کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{6}$
(۲) $\frac{1}{2}$
(۳) $\frac{1}{3}$
(۴) $\frac{1}{12}$

۱۱- هرگاه $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+a} - b}{x^2 - 1} = \frac{3}{4}$ مقدار $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2ax + \sqrt{x^2 + 4}}{4 - 2bx}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) $-\frac{5}{2}$

۱۲- هرگاه $f(x) = \lfloor \frac{x}{x} \rfloor$ مقدار $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ به ترتیب کدام است؟

- (۱) صفر و ۱ (۲) حد ندارد و ۱ (۳) ۱ و حد ندارد (۴) صفر و صفر

محل انجام محاسبات

۱۳- با فرض آنکه $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax}{\sqrt{4x^2+1}} = 2$ ، مقدار $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+ax}-x)$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) -۴

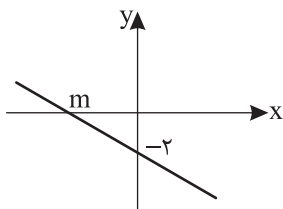
۱۴- با فرض آنکه $f(x) = 1 + 2 \sin x$ و $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{a + f(x+b)} = -\infty$ ، هرگاه $0 < b < \pi$ مقدار ab چه عددی است؟

- (۱) -2π (۲) $\frac{5\pi}{2}$ (۳) $-\frac{3\pi}{2}$ (۴) $-\frac{\pi}{2}$

۱۵- اگر $f(x) = \frac{bx+6}{(a-2x)(x+2)}$ به طوری که $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -\infty$ حدود b کدام است؟

- (۱) $b > 2$ (۲) $b < -2$ (۳) $b > 4$ (۴) $b < 3$

۱۶- نمودار تابع خطی f شکل زیر است. هرگاه $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f \circ f(x)}{-2f^{-1}(x)} = \frac{1}{2}$ مقدار m کدام است؟



- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{5}{2}$

۱۷- تابع $f(x) = \frac{\sqrt{20-x^2}}{\tan \frac{\pi}{4} x}$ دارای چند مجانب است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۱۸- در تابع $f(x) = \frac{ax^2+x-2}{x^2+bx+3}$ نقطهٔ تلاقی مجانب‌ها $A(3, 1)$ باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ کدام است؟

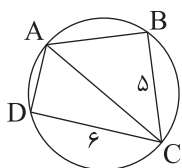
- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۱۹- شعاع دایرهٔ محاطی خارجی نظیر قاعدهٔ یک مثلث متساوی‌الساقین، دو برابر شعاع دایرهٔ محاطی خارجی نظیر ساق این مثلث است. نسبت اندازهٔ ارتفاع وارد بر قاعدهٔ این مثلث به اندازهٔ ساق این مثلث کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

محل انجام محاسبات

۲۰- در شکل زیر $\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$ و نقطه B روی عمود منصف AC قرار دارد. محیط چهارضلعی ABCD برابر کدام است؟ ($\sqrt{14} \approx 3,7$)



۱۶/۷ (۱)

۱۸/۷ (۲)

۱۹/۷ (۳)

۲۰/۷ (۴)

۲۱- دوزنقه متساوی الساقین با طول قاعده‌های ۸ و ۳۲ بر دایره‌ای محیط است. مساحت ناحیه بین دوزنقه و این دایره برابر کدام است؟ ($\pi \approx 3$)

۱۲۸ (۴)

۱۴۱ (۳)

۱۲۱ (۲)

۱۴۴ (۱)

۲۲- مساحت هشتضلعی منتظم محاط در دایره‌ای به شعاع ۴ واحد برابر کدام است؟

۲۴√۲ (۴)

۳۲√۲ (۳)

۱۶√۲ (۲)

۸√۲ (۱)

۲۳- خطوط $d: y - 2x = 0$ و $d': 2y = 5 - x$ هر دو از مرکز دایره C می‌گذرند. اگر طول وتر حاصل از نقاط تقاطع d و d' با دایره برابر ۴ واحد باشد، طول وتری که محور Ox روی دایره C ایجاد می‌کند چقدر است؟

۳ (۲)

۲ (۱)

۴ (۴) محور Ox را قطع نمی‌کند.

۴ (۳)

۲۴- دو دایره C و C' به ترتیب در نواحی دوم و چهارم بر هر دو محور مماس هستند. اگر خط $d: 4x + 3y = 12$ بر دایره C مماس و از مرکز دایره C' بگذرد، دورترین فاصله نقاط دو دایره C و C' کدام است؟

۱۵(√۲+۱) (۴)

۱۴(√۲+۱) (۳)

۱۴√۲ (۲)

۱۵√۲ (۱)

۲۵- نقطه (۲, -۱) یک سر قطر کوچک بیضی با کانون‌های (۷, -۲) و (-۹, -۲) است. مجموع فاصله‌های نقاط روی این بیضی تا دو کانون آن برابر کدام است؟

۸√۵ (۴)

۴√۵ (۳)

۴√۳ (۲)

۸√۳ (۱)

۲۶- نقاط F و F' کانون‌های یک بیضی به طول قطرهای بزرگ و کوچک ۱۲ و ۸ است. چند نقطه مانند M روی این بیضی وجود دارد به طوری که رابطه $MF^2 + MF'^2 = FF'^2$ برقرار باشد؟

بی‌شمار (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

صفر (۱)

۲۷- بیضی با طول قطر کوچک ۸ و فاصله کانونی $4\sqrt{5}$ را در نظر بگیرید. خط d در نقطه دلخواه M روی این بیضی با کانون‌های F و F' مماس است. از کانون F' خطی موازی MF رسم می‌کنیم تا خط مماس d را در P قطع کند. مقدار $MF + PF'$ برابر کدام است؟

۱۶ (۴)

۱۲ (۳)

۸ (۲)

۶ (۱)

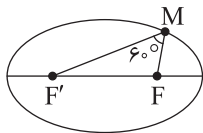
محل انجام محاسبات

۲۸- بیضی با طول افطار ۶ و ۱۰ مفروض است. دایره هم مرکز با مرکز بیضی از کانون‌های آن می‌گذرد. اگر M یکی از نقاط برخورد این دایره

با بیضی باشد آنگاه نسبت مساحت مثلث MFF' به محیط آن کدام است؟ (F و F' کانون‌های بیضی هستند).

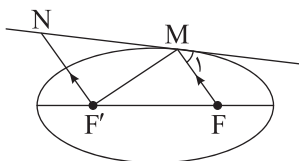
- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{9}{14}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{9}{7}$

۲۹- در شکل زیر اگر $MF' = 2MF = 6$ باشد، خروج از مرکز بیضی کدام است؟ (F و F' کانون‌های بیضی هستند).



- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

۳۰- در بیضی شکل زیر $\hat{M}_1 = 45^\circ$ و فاصله کانونی برابر ۵ است. اگر $MF \parallel F'N$ و $F'N = 3$ باشد، مقدار خروج از مرکز بیضی کدام است؟



- (۱) $\frac{4}{7}$ (۲) $\frac{5}{7}$ (۳) $\frac{3}{7}$ (۴) $\frac{6}{7}$

۳۱- در گراف G با مجموعه رئوس $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7\}$ داریم: $|N_G(v_7)| = |N_G(v_1)| = 1$.

$|N_G(v_2)| = |N_G(v_5)| = |N_G(v_6)| = 4$, $|N_G(v_3)| = |N_G(v_4)| = 3$. حاصل $q + \delta$ کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۷ (۳) ۲۳ (۴) ۲۸

۳۲- مجموع تعداد کل مسیرها در گراف‌های P_n و C_n برابر ۵۷ است. در P_n چند مسیر به طول ۳ وجود دارد؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۳۳- در گراف G ، مجموعه همسایگی بسته هر رأس دارای ۴ عضو است. اگر $q(G) = 6q(\bar{G})$ آنگاه حاصل $\delta(\bar{G}) + \Delta(\bar{G})$ کدام است؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۴۲ (۳) ۳۲ (۴) ۳۶

۳۴- یک گراف همبند که مجموع مرتبه و اندازه آن ۹ باشد را در نظر بگیرید. چه تعداد از گراف‌های زیر می‌توانند زیرگراف گراف مورد نظر باشند؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۵ (۴) ۴
- C_3 P_5 C_4 K_4

۳۵- در گرافی ساده با مجموعه رأس‌های $V = \{a, b, c, d, e, f\}$ ، همسایگی باز رئوس a, b, c, d و همسایگی بسته رأس‌های e و f

هر کدام ۵ عضو دارند. این گراف چند دور به طول ۴ دارد؟

- (۱) ۲۷ (۲) ۳۰ (۳) ۳۳ (۴) ۳۹

محل انجام محاسبات

